

クエット・ポアズイユ型バックステップ乱流の LES

田中 宏明 (11116696)

指導教員 森西 洋平 助教授

1 はじめに

流れのはく離と再付着は、航空機の翼、熱交換器などの流れを伴う機械や装置の性能に大きな影響を及ぼすため、この流れを理解することは工学的に重要である。そのため本研究では、はく離と再付着を伴う流れの中で最も基本的な流れであるバックステップ乱流 (図 1) を対象とする。

バックステップ乱流は単純な形状を持ち、はく離点がステップ角部に固定されるが、逆流や再循環流れ、渦放出などが生じ、下流方向に広範に渡り複雑な構造の流れ場を持つ。この構造に影響を与えるパラメータとして、ステップ上流のレイノルズ数や流路拡大比が従来の研究により検討されている。また、流れ場を支配する重要なパラメータの 1 つとして主流方向の無次元圧力勾配も挙げられているが、これに関する十分な理解は成されていない。そこで本研究では、圧力勾配の影響を数値解析を用いて調べるため、圧力勾配によって駆動される純粋ポアズイユ流、圧力勾配は 0 で片側の壁が移動することによって生じるせん断力により駆動される純粋クエット流、さらにその中間の流れであるクエット・ポアズイユ流の 3 種類の流れ場を生成し、比較検討を行う。

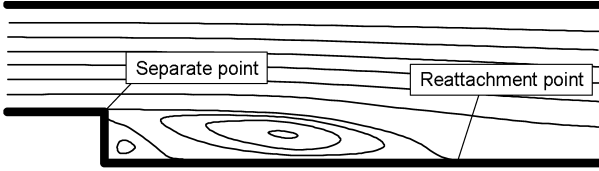


Fig. 1: Backward-facing step flow

2 数値計算手法

次式は非圧縮性流体の連続の式と Navier-Stokes 方程式である。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i \quad (2)$$

ここで、 u_i : i 方向速度、 p : 圧力、 f_i : 外力、 ρ : 密度、 ν : 動粘性係数である。上式を壁面摩擦速度 u_τ とステップ高さ H を用いて無次元化すると、次式を得る。

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_i} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j \partial \tilde{x}_j} + \tilde{f}_i \quad (4)$$

ここで、 Re_τ は次式で定義される摩擦レイノルズ数である。

$$Re_\tau = \frac{u_\tau H}{\nu} \quad (5)$$

式 (3) および式 (4) に次式で定義されるフィルター化操作を加えて GS 量と SGS 量に分離する。

$$\bar{\phi}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \phi(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}' \quad (6)$$

上記操作によってフィルター化された連続の式と NS 式が得られる。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_i} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_i} + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_j \partial \bar{x}_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial \bar{x}_j} + \bar{f}_i \quad (8)$$

ここで、上式中の τ_{ij} は SGS 応力で、

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (9)$$

と定義される。SGS 応力は速度の 2 次の項を含み、未知数であるため乱流モデルを導入する。本研究では、流れ場のコヒーレント構造によってモデル定数が自動的に定まる Coherent-structure Smagorinsky Model(CSM) を用いる [1]。

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2C \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \quad (10)$$

CSM では、定数 C を次式のように決定する。

$$C = C_1 |F_{CS}|^{\frac{2}{3}} \quad (11)$$

$$F_{CS} = \frac{Q}{E}, \quad C_1 = 0.05 \quad (12)$$

$$Q = -\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \quad (13)$$

$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (14)$$

3 計算条件

以下に計算条件を示す。

- 空間離散化：コロケート格子の 2 次精度中心差分
- 時間進行法：3 次精度 Runge-Kutta 法 (RK3)

座標系は図 2 に示す通り座標原点をステップ下部とし、主流方向に x 軸、高さ方向に y 軸、スパン方向に z 軸を取る。計算領域は主流方向に $36H$ 、高さ方向に $3H$ 、スパン方向に $10H$ とする。

境界条件は、スパン方向に関しては周期境界条件、流出部にはノイマン型境界条件を用いる。また、流入部には周期的平板間乱流の計算領域を設け、この領域に対する主流方向周期境界条件による計算から瞬時の流入条件を与えている。

計算格子は図 3 に示す通り、 y 方向に関しては壁付近で密になるように、 x 方向に関してはステップ近傍で密になるように配置する。格子数は、 $260 \times 80 \times 50$ とする。

各計算条件を表 1 にまとめた。ここで、流れタイプパラメータ β_0 は次式で表される。

$$\beta_0 = \frac{H(dp/dx)_0}{\tau_{w0}} \quad (15)$$

圧力勾配が流れ場に与える影響について調べるため、レイノルズ数 $Re_{\tau 0}$ と、流路拡大比を統一し、 β_0 のみを変化させる。

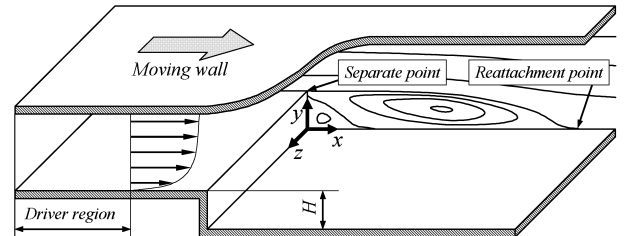


Fig. 2: Computational space

Table 1: Computational conditions

	CaseP300	CaseCP300	CaseC300
β_0	-1	-0.5	0
$Re_{\tau 0}$	300	300	300
流路拡大比	1.5	1.5	1.5

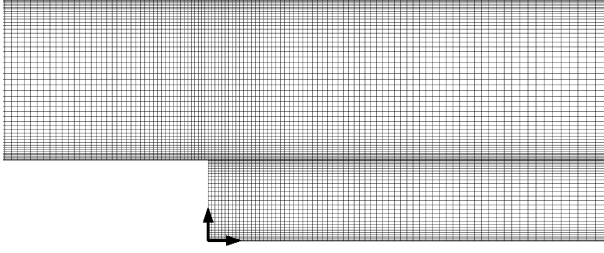


Fig. 3: Numerical grid

4 結果と考察

計算結果の妥当性を検討するため、CaseP300、CP300 および C300 に関して奥村による実験結果 [2] との比較を行った。流出部では境界条件の影響が出ているため、 $x/H \leq 20$ の領域のみを検討の対象とする。

図 4 に主流方向平均流速の実験結果との比較を示す。速度はステップ上流部の平均速度で正規化されている。流路中央部ではわずかに外れた値となっているが、全体の傾向としては一致しており、計算結果は妥当なものと考えられる。

図 5 に壁面最近傍点の順流率、図 6 に壁面摩擦応力の平均値の分布を示す。順流率が 0.5 の点および壁面摩擦応力の平均値が 0 の点を再付着点 x_R と見なし、表 2 に示す。いずれの算出方法でも、CaseP300 に比べて CP300 および C300 は再付着点がステップから離れた位置となっている。順流率は再付着点から下流方向に向かい、CaseP300 とそれ以外との差がさらに大きくなっていることから、CaseCP300 および C300 では、はく離域から下流へと渦が頻繁に放出されているものと考えられる。また、はく離域内の壁面摩擦応力を比較すると、CaseC300 と比較して P300 および CP300 の方が値が小さくなっており、これは強い逆流を伴うためと考えられる。再付着距離が、順流率によると $\text{CaseCP300} < \text{CaseC300}$ 、壁面摩擦応力によると $\text{CaseC300} < \text{CaseCP300}$ となっているのは、渦放出の頻度は CaseC300 の方が高いが、CaseCP300 では放出される渦に含まれる逆流が強いと考えられる。 $x/H = 10$ から下流では、CaseC300 と比較すると CP300 の壁面摩擦応力の上昇率が高いため、放出された渦が速やかに消滅しているものと考えられる。

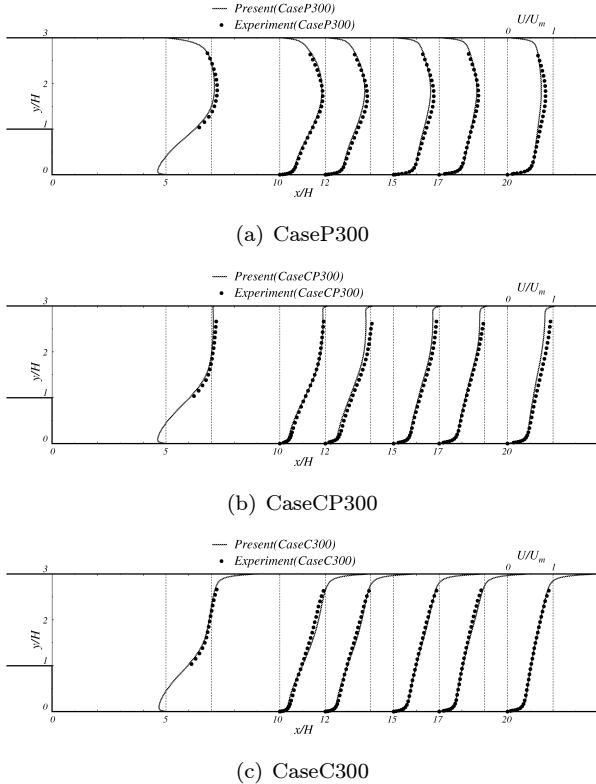


Fig. 4: Profiles of mean velocity

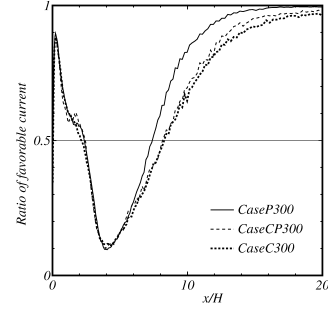


Fig. 5: Ratio of favorable current

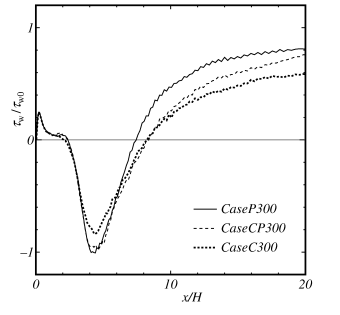


Fig. 6: Wall friction

Table 2: Reattachment point

	CaseP300	CaseCP300	CaseC300
x_R/H (順流率)	7.39	8.16	8.28
x_R/H (摩擦応力)	7.44	8.38	8.24

この傾向を、主流方向瞬時速度および下壁部最近傍面の速度ベクトルの可視化により確認する。再付着領域から放出された渦が存在することを示す速度ベクトルのスパン方向の振れを比較する。CaseP300 では $10 \leq x/H$ でスパン方向の振れがほぼ存在しないのに対し、CaseCP300 では $10 \leq x/H \leq 15$ 、C300 では $10 \leq x/H \leq 20$ の領域まで多く残っている。これは、 β_0 の値が高いほど放出された渦がより下流まで伝わり、複雑な流れ場を形成することを示していると考えられる。

5 まとめ

今回の研究ではバックステップ乱流において上流の無次元圧力勾配 β_0 が流れ場に与える影響を調べるため、ポアズイユ流、クエット流、およびクエット・ポアズイユ流に対して LES による数値解析を行い、以下の結果を得た。

- 下流への渦放出は $\text{CaseC300} > \text{CaseCP300} > \text{CaseP300}$ の順に高い頻度で発生し、順流率による評価では β_0 の値が高いほど再付着点はより下流となる。
- CaseC300 は、P300 および CP300 と比較して、はく離域の壁面摩擦応力が小さく、放出される渦に含まれる逆流は弱い。
- はく離域から放出された渦が下流方向へ伝わる距離は、 $\text{CaseC300} > \text{CaseCP300} > \text{CaseP300}$ の順に大きく、上流の流れタイプパラメータの値が高いほど、より下流まで複雑な流れ場を形成する。

参考文献

- [1] Hiromichi Kobayashi, The subgrid-scale models based on coherent structures for rotating homogeneous turbulence and turbulent channel flow, PHYSICS OF FLUIDS 17, 045104, (2005), 1-12.
- [2] 奥村将也, クエット・ポアズイユ型バックステップ乱流の実験的研究, 名古屋工業大学大学院 機能工学専攻 修士論文, (2005).