

# 回転一様強制乱流の数値的研究

奥出憲和 (13416025)

指導教官 森西 洋平

## 1. 緒論

回転系乱流は地球流体のみならず、タービンやポンプ等の流体機械の流れに関する機械工学の基本的な問題としても重要視されている<sup>(1)(2)</sup>。この流れの詳細を調べるため、これまで回転一様減衰乱流の直接数値計算(DNS)が実行されている<sup>(3)</sup>。しかし、一様減衰乱流は乱流レイノルズ数、テイラー・マイクロスケール・レイノルズ数やロスビー数が時間的に変化するという欠点を持つ。この問題点を克服するため、静止系では一様強制乱流の DNS が実行され、最近ではエネルギー・スペクトル等に関する詳細なデータも得られている<sup>(4)</sup>。しかし回転一様強制乱流では、低波数部のエネルギー・スペクトルの増加により統計的定常な流れ場が得られない<sup>(5)</sup>。このエネルギー・スペクトルの増加は回転による低波数部へのエネルギー輸送により生じる。そこで本研究では、high-pass filter を導入して回転系でのエネルギー・スペクトルの増加を抑え、統計的定常な回転一様強制乱流の流れ場を得た後、高波数部の乱流統計平均量に関して回転の効果を調べる。

## 2. 計算手法

本研究では空間的離散化手法にはフーリエ・擬スペクトル法、コリオリ力項と粘性項の時間進行法には積分因子法、非線形項と体積力項の時間進行法には4次精度のルンゲ・クッタ法を用い、回転系一様強制乱流に対して Navier-Stokes 方程式の DNS を実行する。計算アルゴリズムの詳細については文献(6)を参照されたい。強制乱流における forcing には基本的に文献(7)で提案されている方法( $k_p=3$ )を用いる。このままの方法で一様強制乱流の DNS を実行すると、回転系では低波数部のエネルギー・スペクトルが増加する。そこで、図1のような high-pass filter ( $k \geq k_c=k_p$ )を用いて統計的定常な回転一様強制乱流の流れ場を得る。

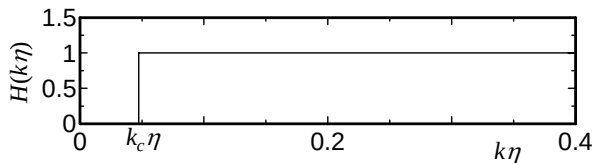


Fig.1 High-pass filter

## 3. 計算結果

DNS の計算条件は $(2\pi)^3$ の周期領域に格子数  $256^3$ 、動粘度  $\nu = 0.0015[\text{m}^2/\text{s}]$ 、 $x_3$  軸を回転軸とする回転角速度  $\Omega=0[\text{rad/s}]$ ,  $2[\text{rad/s}]$ および  $10[\text{rad/s}]$ 、時間刻み幅 $\Delta t=0.00125[\text{s}]$ である。統計的定常状態を得た後、 $7[\text{s}]$ 間のデータから乱流統計平均量を算出する。このときの流れ場の主な代表値を表1に示す。流れ場に注入されるエネルギー生産を回転に依らず一定値としているため、回転が大きくなると乱流エネルギー散逸率が減少し、乱流エネルギーは増加することがわかる。これに伴い、レイノルズ数も増加することがわかる。 $k$ - $\cos\theta$ 面内のエネルギー・スペクトル分布を図2に示す。図の横軸は波数  $k$  であり、縦軸は  $\cos\theta$  である ( $\theta$ は天頂角で回転軸からの角度)。なお、図中のエネルギー・スペクトルの値は対数表示されている。一様減衰乱流の場合と同様に<sup>(8)</sup>回転が無い場合には天頂角方向への依存はほとんど見られないが、回転が加わると天頂角方向への依存が

Table 1 Statistics of the rotating turbulence

|                                      | $\Omega=0[\text{rad/s}]$ | $\Omega=2[\text{rad/s}]$ | $\Omega=10[\text{rad/s}]$ |
|--------------------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------|
| $K[\text{m}^2/\text{s}^2]$           | 2.66                     | 2.82                     | 3.71                      |
| $\varepsilon[\text{m}^2/\text{s}^3]$ | 1.02                     | 0.999                    | 0.985                     |
| $\lambda[\text{m}]$                  | 0.344                    | 0.357                    | 0.412                     |
| $Re_t$                               | 4650                     | 5330                     | 9340                      |
| $Re_\lambda$                         | 136                      | 146                      | 193                       |
| $Ro^L$                               | $\infty$                 | 0.0851                   | 0.0133                    |
| $Ro^0$                               | $\infty$                 | 6.45                     | 1.28                      |

生じる。これは、スクランブル効果により回転軸方向に近づくほどエネルギー輸送が抑えられるためである。図3に示されるエネルギー流束関数より、回転を加えると低波数部から高波数部へのエネルギー輸送が抑えられることがわかる。また、流れ場に注入されるエネルギー生産は回転角速度に依らず一定として与えていることを考えると、注入されたエネルギー生産の一部は低波数部に輸送されることが理解できる。しかし、スクランブル効果では回転による低波数部へのエネルギー輸送は説明されない。そこで、エネルギー輸送が次式で表されることに着目し、本研究ではヘリシティについて調べる。

$$T(\vec{k}) = -\left[ F.T.(\vec{\omega} \times \vec{u})(\vec{k}) \cdot \vec{u}^*(\vec{k}) + F.T.(\vec{\omega} \times \vec{u})^*(\vec{k}) \cdot \vec{u}(\vec{k}) \right] \\ = -2\Re\left[ F.T.(\vec{\omega} \times \vec{u})(\vec{k}) \cdot \vec{u}^*(\vec{k}) \right]$$

図4にヘリシティ・スペクトル分布を示す。この図より、回転が大きくなるほど低波数部でのヘリシティの値が増加することがわかる。また、ヘリシティ輸送方程式は

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u_j \frac{\partial h}{\partial x_j} = -\frac{\partial(\omega_i P)}{\partial x_i} + u_i \omega_j S_{ij} + \nu \left\{ \frac{\partial^2 h}{\partial x_j \partial x_j} - 2 \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} \right\} \\ + 2\omega_i f_i + \varepsilon_{ijk} \frac{\partial u_i f_k}{\partial x_j} + 2\Omega u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

と表される。ここで、 $S_{ij}$ は変形速度テンソルである。回転一様強制乱流においてヘリシティ輸送に関わる項は  $2\omega f_i$  と  $-2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j}$  のみである。 $2\omega f_i$ は forcing に関する項であるため、ヘリシティの生産を表す項と考えられ、 $-2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j}$  はヘリシティを輸送する項と考えられる。forcingが無い場合、回転系のヘリシティ輸送はスクランブル効果で説明される。また、複素ヘリカル波分解を用いて渦度を表すと

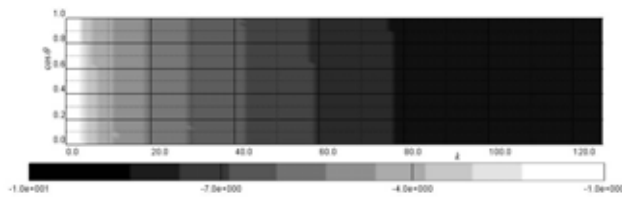
$$\vec{\omega}(\vec{k}) = \sum_{s_k=\pm 1} s_k k \xi_{s_k}(\vec{k}, t) = \sum_{s_k=\pm 1} s_k k a_{s_k}(\vec{k}, t) \exp\left[(Is_k g_k - \nu k^2)t\right]$$

となる。ここで、 $g_k=2\Omega k_i/k$  である。本研究で用いる forcing は回転に依らず一定値と設定しているため、回転が大きくなると  $2\omega f_i$  も大きくなることがわかる。したがって、回転が加わるとヘリシティ生産が大きくなるため、ヘリシティが増加し、低波数部から高波数部へのエネルギー輸送が減少すると考えられる。

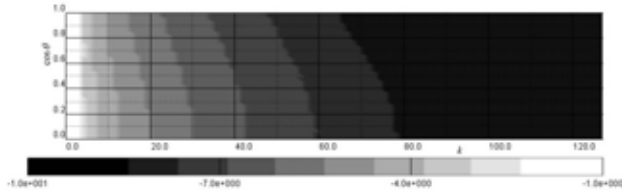
回転一様強制乱流の構造について調べるため、速度勾配テンソルの第二不変量  $Q$  を用いる。 $Q$  は

$$Q = \frac{1}{2} [W_{ij} W_{ij} - S_{ij} S_{ij}]$$

で定義され、 $W_{ij}$ は渦度テンソルである。 $Q$ の正値は渦度が



(a)  $\Omega=0$  [rad/s]



(b)  $\Omega=10$  [rad/s]

Fig.2 Distribution of the energy spectrum in  $k$ - $\cos\theta$  plane

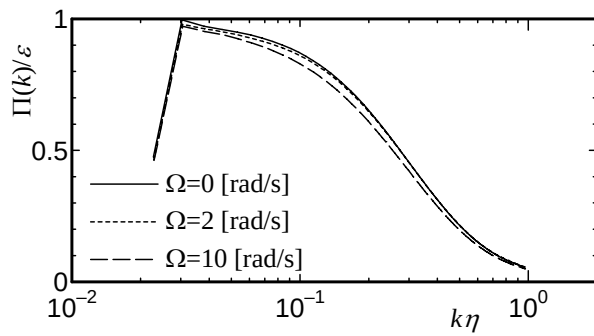


Fig.3 Kinetic energy spectrum

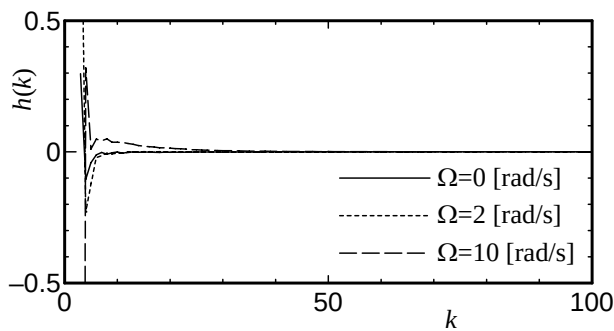
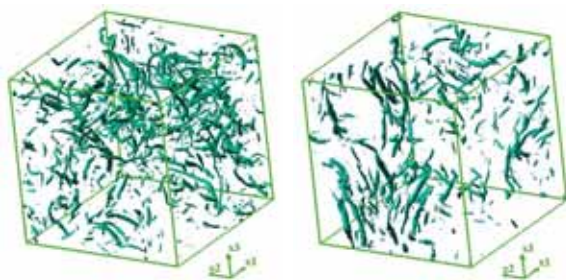


Fig.4 Helicity spectrum



(a)  $\Omega=0$  [rad/s]

(b)  $\Omega=10$  [rad/s]

Fig.5 Contour surfaces of the second invariant of the velocity gradient tensor ( $Q=711$ )

Table 2 Statistics of anisotropies and structure tensors ( $k \geq 10$ )

|            | $\Omega=0$ [rad/s] | $\Omega=2$ [rad/s] | $\Omega=10$ [rad/s] |
|------------|--------------------|--------------------|---------------------|
| $b_{33}$   | 0.0169             | 0.0286             | 0.0497              |
| $b_{33}^e$ | 0.00406            | 0.0126             | 0.0514              |
| $b_{33}^r$ | 0.0128             | 0.0161             | -0.00173            |
| $d_{33}$   | 0.325              | 0.308              | 0.230               |
| $f_{33}$   | 0.325              | 0.330              | 0.386               |

支配的な領域、負値は変形速度が支配的な領域を表す。瞬時の流れ場から得られた渦度が支配的な領域の乱流構造を図5に示す。なお、図のしきい値は  $Q=711$  である。この図より、回転系よりも静止系の方が多くの乱流渦構造が存在するが、1つ1つの構造を見ると、回転系の方が静止系よりも乱流渦構造が伸張されていることがわかる。

$k \geq 10$  における流れ場から計算された非等方テンソルと構造テンソルを表2に示す。この表より、高波数部の構造は回転が大きくなると方向非等方性が増加、構造次元テンソルが減少、構造循環テンソルが増加、大きな回転の場合には極性非等方性が減少することがわかる。すなわち、 $k \geq 10$  の乱流渦構造は回転が加わると回転軸まわりの乱流渦構造が支配的となり、静止系と比べて流れ場が2次元化されることがわかる。

#### 4. 結論

High-pass filterを導入することにより、回転系においても静止系と同様に統計的定常な一様強制乱流の流れ場を得ることができた。

回転系でのエネルギー・スペクトルは波数  $k$  と天頂角  $\theta$  に依存することが確認された。

回転一様強制乱流では回転が大きくなるほど forcing によるヘリシティ生産が大きくなるため、回転が大きいほど低波数部から高波数部へのエネルギー輸送が抑制される。

速度勾配テンソルの第二不変量の観察から、回転により強い乱流渦構造が減少することおよび個々の乱流渦構造は引き伸ばされることが確認された。また、 $k \geq 10$  の領域での構造テンソルを用いることで、乱流渦構造は回転系では回転軸方向のものが支配的となることが示された。

$k \geq 10$  の領域から計算されたレイノルズ応力の非等方テンソルにより、回転が加わると高波数部の方向非等方性が大きくなること、回転が大きい場合には極性非等方性が小さくなることを確認された。

#### 5. 参考文献

- (1) Hopfinger, E.J., Rotating fluids in geophysical and industrial applications, Springer-Verlag, (1992), 1-378.
- (2) 中林功一, 鬼頭修己, 森西洋平, 機論 **65**-631, B (1999), 815-822.
- (3) 例えば Morinishi, Y., Nakabayashi, K. and Ren, S.Q., *Phys. Fluids*, **10** (13) (2001), 2912-2922.
- (4) 例えば Gotoh, T., Fukayama, D. & Nakano, T., *Phys. Fluids*, **3** (14) (2002), 1065-1081.
- (5) Smith, L.M., Waleffe, F., *Phys. Fluids*, **6** (11) (1999), 1608-1622.
- (6) 森西洋平, 中林功一, 田平理雄, 任水強, 機論 **65**-631, B (1999), 830-838.
- (7) Alvelius, K., *Phys. Fluids*, **7** (11) (1999), 1880-1889.
- (8) 森西洋平, 中林功一, 任水強, 豊田のぞみ, 機論 **67**-657, B (2001), 1112-1119.